



Matemàtiques II

Model 3

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

**OPCIÓ A**

1. a) Discutiu per a quins valors de  $b$  el sistema següent és compatible: (7 punts)

$$\begin{cases} x + 2y - z = 2, \\ x + (1 + b) \cdot y - b \cdot z = 2b, \\ x + b \cdot y + (1 + b) \cdot z = 1. \end{cases}$$

- b) Resoleu-lo en el cas (o els casos) en què sigui compatible indeterminat. (3 punts)

2. Calculeu l'equació general del pla que passa pels punts  $A$ ,  $B$  i  $C$  (4 punts), sent:

$A$ : el simètric del punt  $P(1, 2, 3)$  respecte del pla  $x = z$ . (3 punts)

$B$ : la projecció ortogonal del punt  $Q(2, 1, 3)$  damunt el pla  $z = 0$ . (3 punts)

$C$ : l'origen de coordenades.

3. Sigui  $f(x) = e^x \cdot \cos x$  definida a l'interval  $(0, 2\pi)$ .

a) Calculeu i determineu els extrems de  $f(x)$ . (6 punts)

b) Calculeu i determineu els punts d'inflexió de  $f(x)$ . (4 punts)

4. Feu un dibuix del recinte limitat per la corba  $x \cdot y = 36$ , l'eix  $OX$  i les rectes verticals  $x = 6$  i  $x = 12$ . (4 punts) Calculeu l'àrea d'aquest recinte. (6 punts)



Matemàtiques II

Model 3

OPCIÓ B

1. a) Discutiu per a quins valors de  $a$  el sistema següent és compatible: (7 punts)

$$\begin{cases} a \cdot x + y + 2z = 1, \\ 2x - 2y = 0, \\ a \cdot x + y - z = 1. \end{cases}$$

- b) Resoleu-lo en el cas (o els casos) en què sigui compatible. (3 punts)

2. Trobau els punts  $P$  situats a distància 5 de l'origen de coordenades i que pertanyen a la recta  $r$  que passa pels punts  $A(1, 2, 5)$  i  $B(6, 5, 6)$ . (10 punts)

3. a) Calculau  $a$  i  $b$  perquè la funció

$$f(x) = \begin{cases} \ln(x-1)^2 + a, & \text{si } 3/2 \leq x \leq 2, \\ b \cdot x^2 - 6x, & \text{si } 2 < x \leq 4. \end{cases}$$

sigui contínua a l'interval  $[3/2, 4]$  i derivable a l'interval  $(3/2, 4)$ . (7 punts)

- b) Per als valors de  $a$  i  $b$  determinats a l'apartat a), calculau els punts de l'interval  $(1, 4)$  on el pendent de la recta tangent és 3. (3 punts)

4. Calculau la integral indefinida següent (10 punts)

$$\int \frac{x}{(x-1)^2} dx.$$